

Вступительное испытание по математике
для поступающих в 8 математический класс в ГБОУ Лицей №1535.
II этап. 150 минут.

Демовариант.

Инструкция: 1. Вступительное испытание проводится в письменной форме. Использование калькуляторов, компьютеров и любых видов справочных пособий **запрещено**. На время проведения вступительного испытания необходимо **отключить** мобильные телефоны и любые другие виды коммуникаторов, в том числе смарт-часы. Взаимные консультации учащихся **запрещены**. Работа выполняется и оформляется исключительно на листах, выданных Вам экзаменаторами. Нарушение любого пункта инструкции влечёт удаление учащегося из аудитории и выставление ему за вступительное испытание по математике отметки «0».

2. Данная экзаменационная работа содержит 9 заданий, к которым необходимо привести развёрнутое решение. Для записи решений и ответов используйте специальные листы, выданные Вам экзаменаторами. Решения заданий можно излагать в произвольном порядке. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

Задание №1 (4 балла).

Найти значение выражения $\frac{0,46^3 - 0,26^3}{0,2} - 3 \cdot 0,26 \cdot 0,46$ наиболее рациональным способом.

Задание №2 (7 баллов).

а) Графиком линейной функции является прямая l , проходящая через точку $M(-60; -175)$ и параллельная прямой $y = 3x + 1535$. Найти формулу этой линейной функции и построить её график;

б) Найти все значения q , при которых сразу три прямые – l и прямые, заданные уравнениями $y = (3 - q)x + 2q - 1$ и $y = 8x - 4$ - пересекаются в одной точке;

в) Найти все значения p , при которых прямая, заданная уравнением $y = |p| \cdot x + \frac{1}{12}$, пересекает ось абсцисс в той же точке, что и прямая l .

Задание №3 (5 баллов).

Натуральное число X при делении на 13 даёт остаток 7. Какой остаток при делении на 13 будет давать число $X^2 - 2X$?

Задание №4 (5 баллов).

Прямоугольный кусок волшебной кожи («шагреневая кожа») исполняет любые желания своего владельца, но после каждого исполнения желания она уменьшается на половину своей длины и на одну треть ширины. После исполнения 5 желаний он имел площадь 12см^2 , а после исполнения двух желаний его ширина была 9см. Какой была его длина после исполнения первого желания?

Задание №5 (5 баллов).

Решить уравнение $(x - 2)^2(x - 3) = (x + 1)^2(x - 12)$.

Задание №6 (5 баллов).

Биссектрисы углов А и В остроугольного треугольника АВС пересекаются в точке О, $\angle A\hat{O}A = 115^\circ$. Высоты треугольника АВС, проведённые из вершин В и С, пересекаются в точке Н, $\angle A\hat{H}C = 110^\circ$. Чему равны градусные меры углов треугольника АВС ?

Задание №7 (5 баллов).

Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми равно 8 км, одновременно отправились два лыжника. Скорость одного из них на 4 км/ч меньше скорости второго. Лыжник, который первым прибыл в В, тут же повернул обратно и встретил другого лыжника через 45 мин после отправления из А. На каком расстоянии от пункта А произошла их встреча ?

Задание №8 (по 3 балла за каждый пункт). Разложить на множители

а) $75m^2 - 30mn + 3n^2 - 2n + 10m$

б) $x^2 + x - 6$

в) $(a + b) \cdot (a - b)^3 - (a - b) \cdot (a + b)^3$

Задание №9 (5 баллов).

Доказать, что биссектриса внешнего угла при вершине равнобедренного треугольника параллельна его основанию.

Ответы и решения:

Задание №1. Ответ: **0,04**

Задание №2. Ответы: а) $y = 3x + 5$ б) $q = 30$ в) $p = \pm 0,05$

Задание №3. Ответ: **9**

Задание №4. Ответ: **72см**

Задание №5. Ответ: **0** и **-13**

Задание №6. Ответ: $\angle C = 50^\circ$, $\angle \hat{A} = 60^\circ$, $\angle \hat{A} = 70^\circ$.

Задание №7. Ответ: **6,5км**

Задание №8.

Решения:

а) $75m^2 - 30mn + 3n^2 - 2n + 10m = 3 \cdot (5m - n)^2 + 2 \cdot (5m - n) = (5m - n)(15m - 3n + 2)$

б) $x^2 + x - 6 = x^2 + x - 9 + 3 = (x^2 - 9) + (x + 3) = (x + 3)(x - 3 + 1) = (x + 3)(x - 2)$

в) $(a + b) \cdot (a - b)^3 - (a - b) \cdot (a + b)^3 = (a + b)(a - b)((a - b) - (a + b))((a - b) + (a + b)) = 4ab(a + b)(b - a)$

Задание №9.

Доказательство:

Пусть BM – биссектриса внешнего угла при вершине B равнобедренного треугольника ABC с основанием AC (точки M и C лежат по одну сторону от прямой AB). Из теоремы о сумме углов треугольника и из равенства углов A и C треугольника ABC следует, что

$$\angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ABC). \quad \text{Внешний угол при вершине } B \text{ равен } (180^\circ - \angle ABC). \text{ А,}$$

$$\text{поскольку } BM \text{ – его биссектриса, то } \angle CBM = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ABC).$$

Имеем: $\angle CBM = \angle ACB$ и эти углы являются накрест лежащими при прямых BM , AC и секущей BC . Отсюда по признаку параллельных прямых следует параллельность BM и AC , ч.т.д.